

Basics
Statistik



PD Dr. Otto Stundner, MBA, DESA, EPIC
UK Anästhesie/Intensivmedizin,
Innsbruck

ANÄSTHESIE FORUM

ALPBACH

REPETITORIUM



was ist statistik?

Basics Statistik



- die Wissenschaft von der zahlenmäßigen **Erfassung, Untersuchung** und **Auswertung** von Massenerscheinungen
- Lehre vom Umgang mit quantitativen Informationen (Daten)
- Hilfswissenschaft von allen empirischen Disziplinen und Naturwissenschaften
- „theoretische Grundlage aller empirischer Forschung“





Die Wissenschaft, aus
willkürlichen Beobachtungen in
limitierten Stichproben
repräsentative Rückschlüsse
zu erzeugen.



Population

- eine Gruppe von Individuen oder Objekten, die eine *beobachtbare Gemeinsamkeit* haben
 - Erdenbürger
 - Hefezellen
 - Einwohner von Hinterreith im Alpbachtal





Stichprobe

- **repräsentative Subgruppe** einer Population
 - 100 Erdenbürger
 - 30,000 Hefezellen
 - 20 Einwohner von Hinterreith im Alpbachtal
- repräsentativ?
 - gleiche Verteilung von Merkmalen - welche Merkmale?
- wie auswählen?
 - konsekutiv?
 - zufällig?
 - willkürlich?
 - anhand von Merkmalen?



} Epidemiologie



repräsentative Rückschlüsse

Gruppen-Charakteristik

Zusammenhänge zwischen Messwerten

Unterschiede zwischen Gruppen

Auswirkungen von Gruppenzugehörigkeit

Unterschiede zwischen Zeiten

Basics Statistik



Statistik

deskriptiv

Lage
Streuung

explorativ

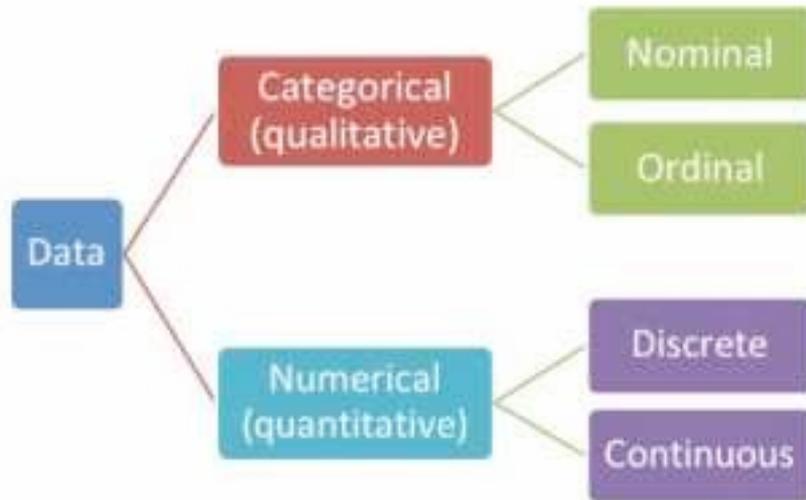
Daten Erkunden
Hypothesen formen

induktiv

Assoziationen

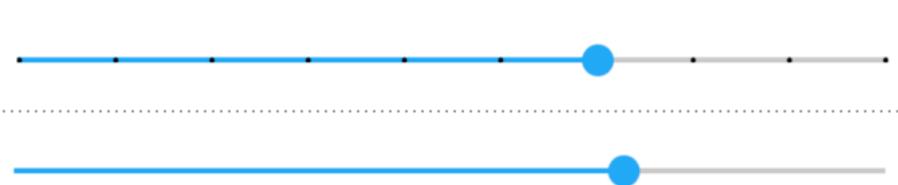


Datenqualität und ihre Präsentation



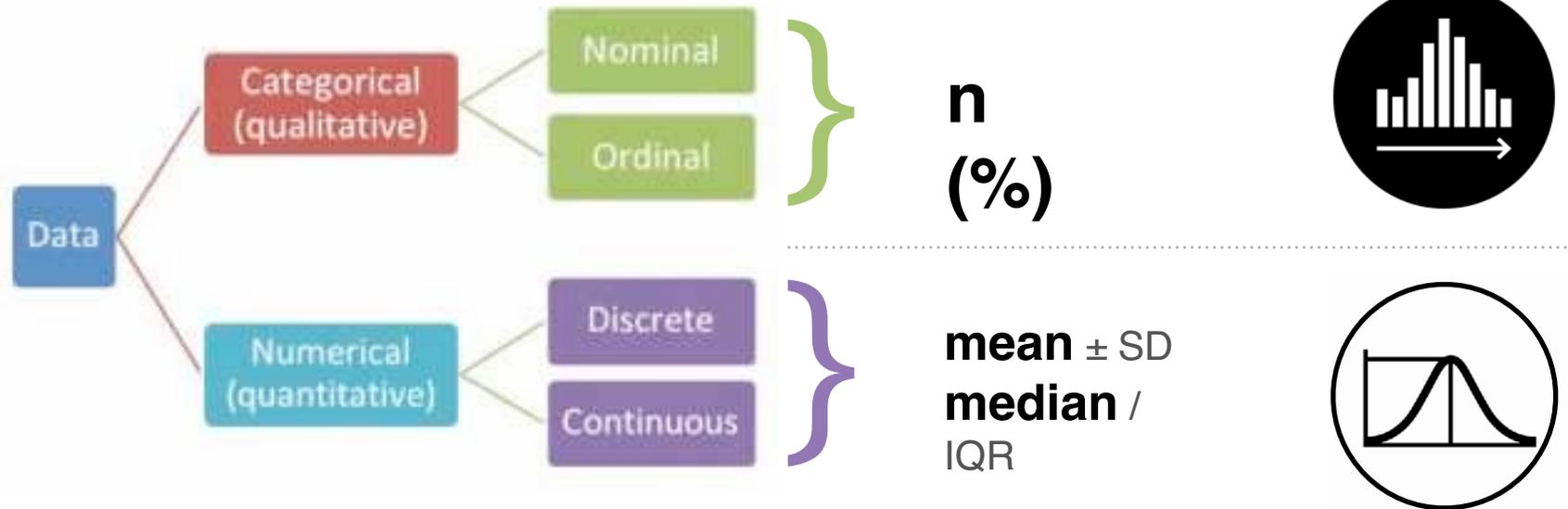
General Anesthesia Regional Anesthesia

hot hotter hottest





Datenqualität und ihre Präsentation



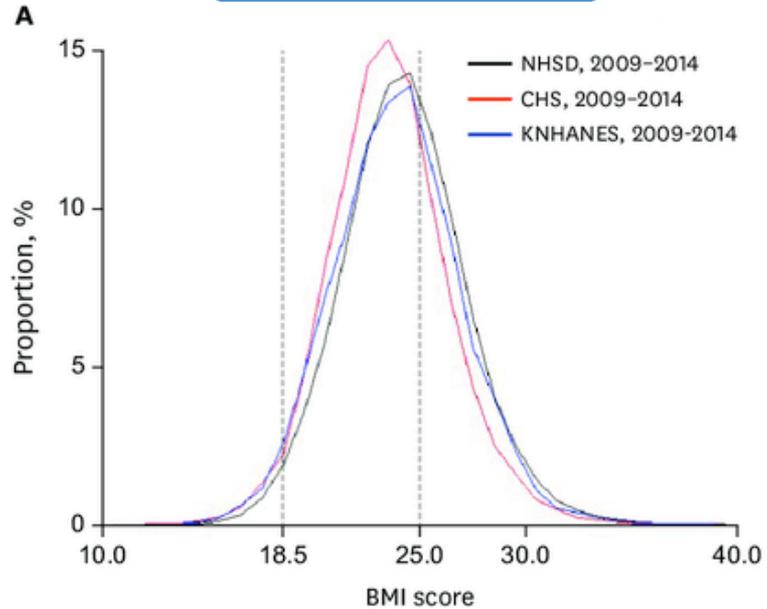
Basics Statistik



continuous

wie oft gemessen?

Wert



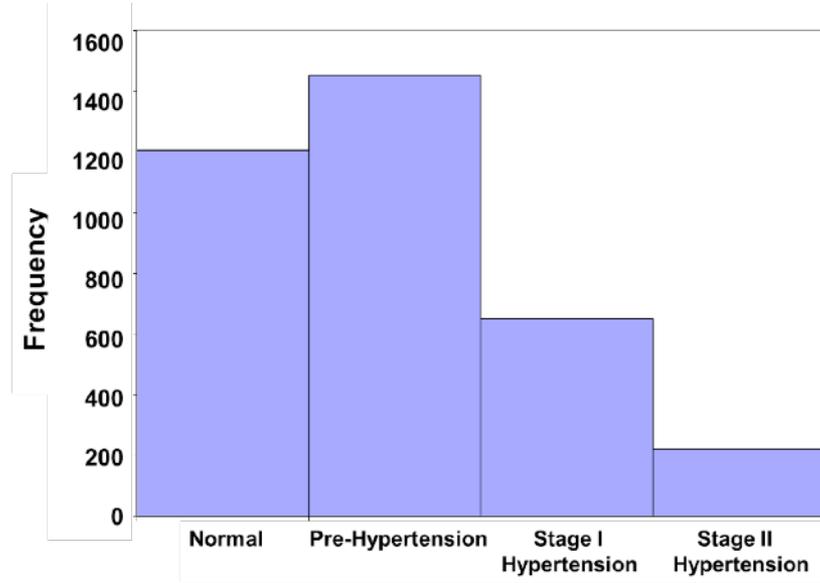
Basics Statistik



nominal

wie oft gemessen?

Wert



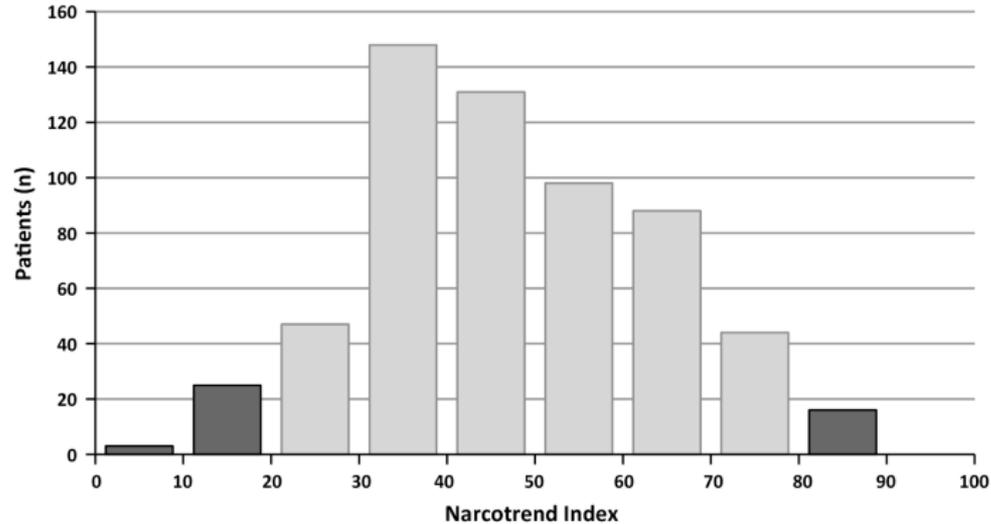
Basics Statistik



Wert

?!

wie oft gemessen?



Puchner et al: A comparative study on adequate anesthesia depth: clinical judgement and the Narcotrend® measurement;
[Canadian Journal of Anesthesia/Journal canadien d'anesthésie](#) volume 67, pages 664–673 (2020)

Basics Statistik



Table 1. Characteristics of the Patients at Baseline.		
Variable	Total (N = 13,862)	
Mean age (\pm SD) — yr*	63.3 \pm 12.3	Alter - continuous - mean \pm SD
Male sex — no. (%)*	9822 (70.9)	Geschlecht - nominal - n (%)
Clinical history		
Myocardial infarction — no. (%)	4066 (29.3)	
Myocardial infarction within 90 days before surgery — no./total no. (%)*	2099/13,721 (15.3)	
Canadian Cardiovascular Society class 4 angina — no./total no. (%)*	1095/13,855 (7.9)	
Stroke — no. (%)	711 (5.1)	Stroke - nominal/binary - n (%)
Peripheral arterial disease — no. (%)*	924 (6.7)	
Hypertension — no. (%)	9146 (66.0)	
Heart failure — no. (%)	2259 (16.3)	
New York Heart Association class — no. (%)*		NYHA - ordinal - n (%)
II	919 (6.6)	
III	849 (6.1)	
IV	326 (2.4)	



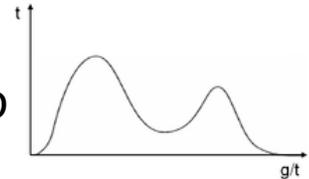
deskriptiv

Lage bzw. „measures of central tendency“

- arithmetisches Mittel (Mean):
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

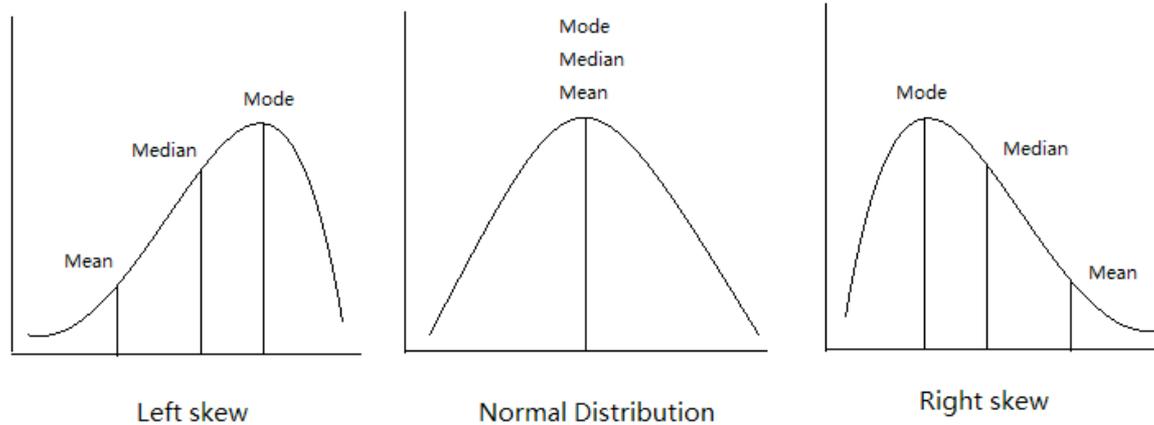
- Median = 50. Perzentile: teilt Observationen in zwei Teile

- Modus = häufigste(r) Observation(en)
 - kann > 1 sein: bi- oder multimodale Distributio



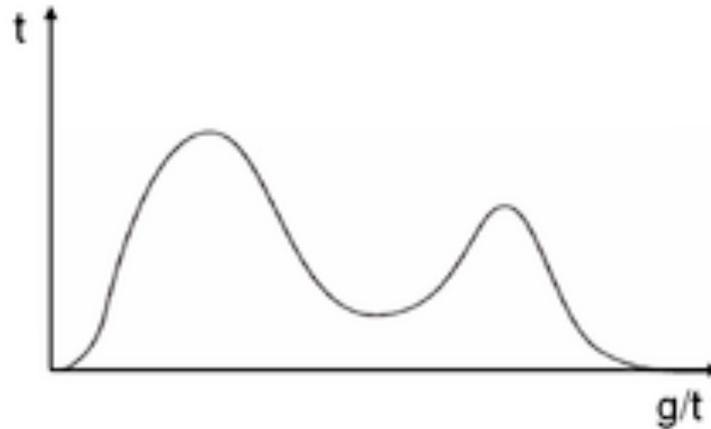


Lage bzw. „measures of central tendency“ Mean • Median • Modus



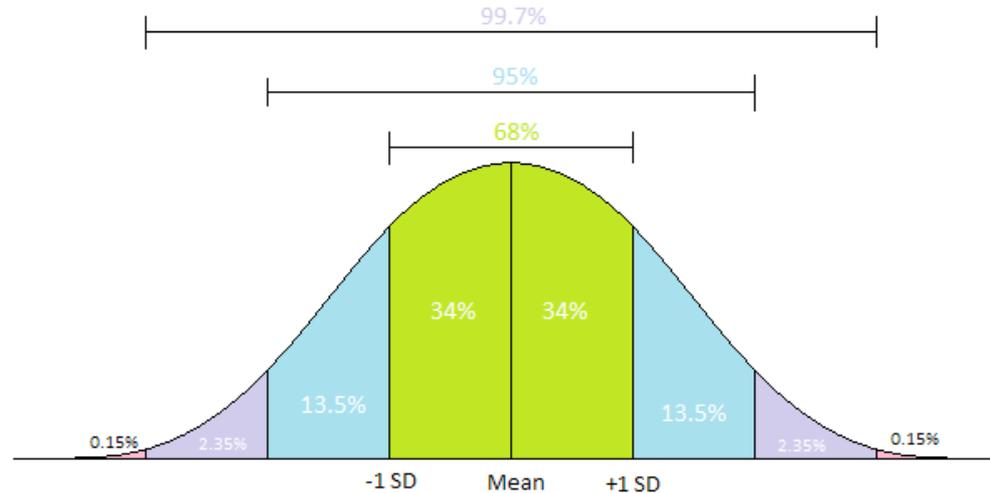


Sonderfälle: bimodale Distribution





Streuung bzw. „Dispersion“ Varianz + Standardabweichung

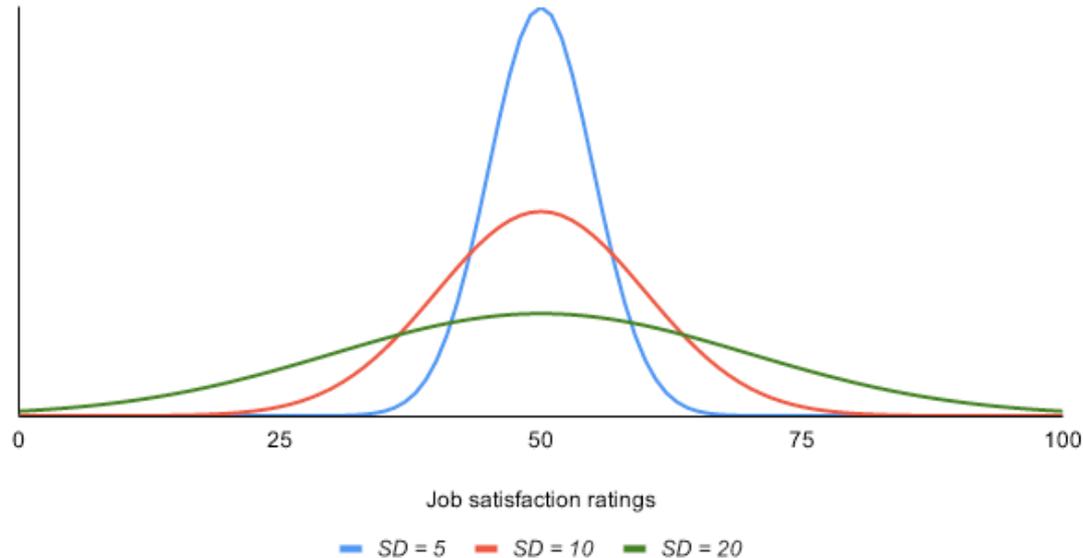


Standardabweichung ist ~ der **errechnete** durchschnittliche **Abstand einzelner Werte vom Mittelwert**.



große vs. kleine Standardabweichung

Job satisfaction ratings of three groups

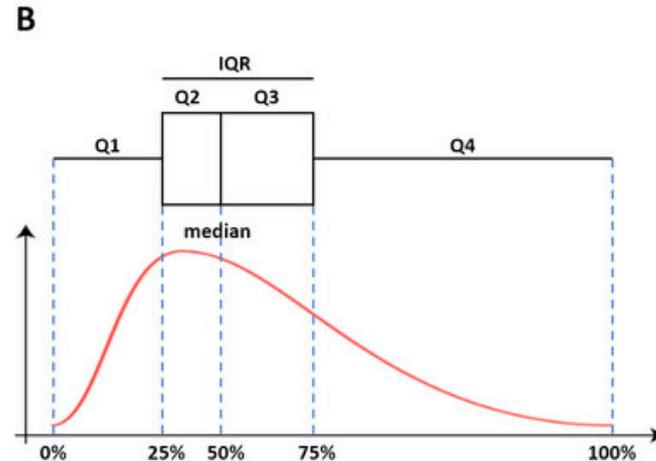
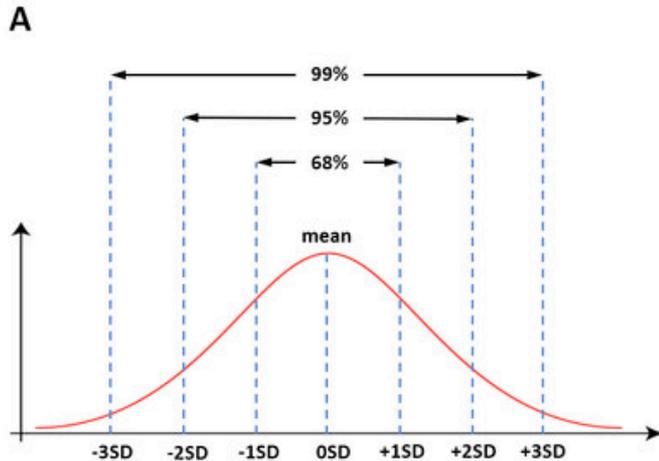


große SD -> große
Varianz in den Daten ->
großer „Spread“

kleine SD -> kleine
Varianz -> kleiner
„Spread“



SD vs. IQR



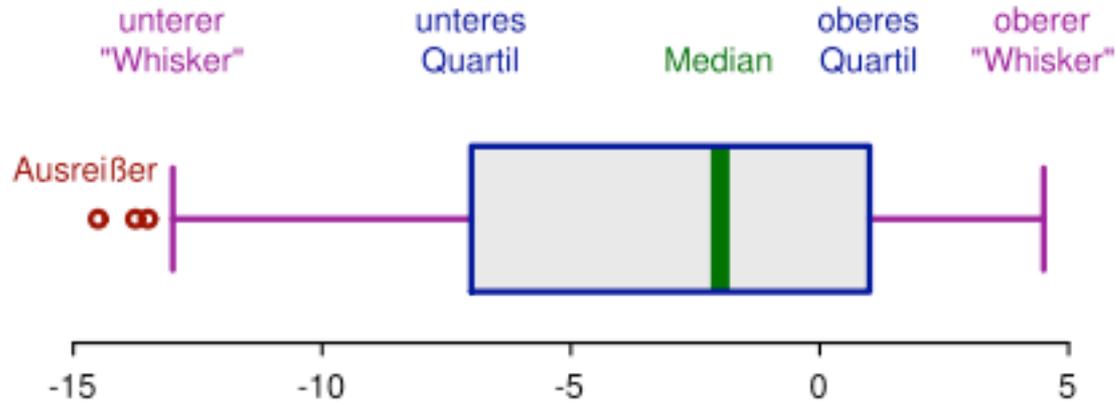
Median = „robustes“ Mittelmaß

IQR ist der **linear interpolierte Abstand** zwischen Werten auf der **1. und 3. Quartile nach Rang**

-> Median und IQR ist für **skewed data besser geeignet.**



Box-and-Whisker Plot



Box = IQR

Whisker = unterschiedlich definiert, meistens $1.5 \cdot \text{IQR}$ (Tukey)



induktiv

Werte vergleichen

**Wie stellt ein statistischer Test
„signifikante Unterschiede“ fest?**

Was ist ein p-Wert?



Wer wird verglichen?

Stichprobe vs Population (1 sample)

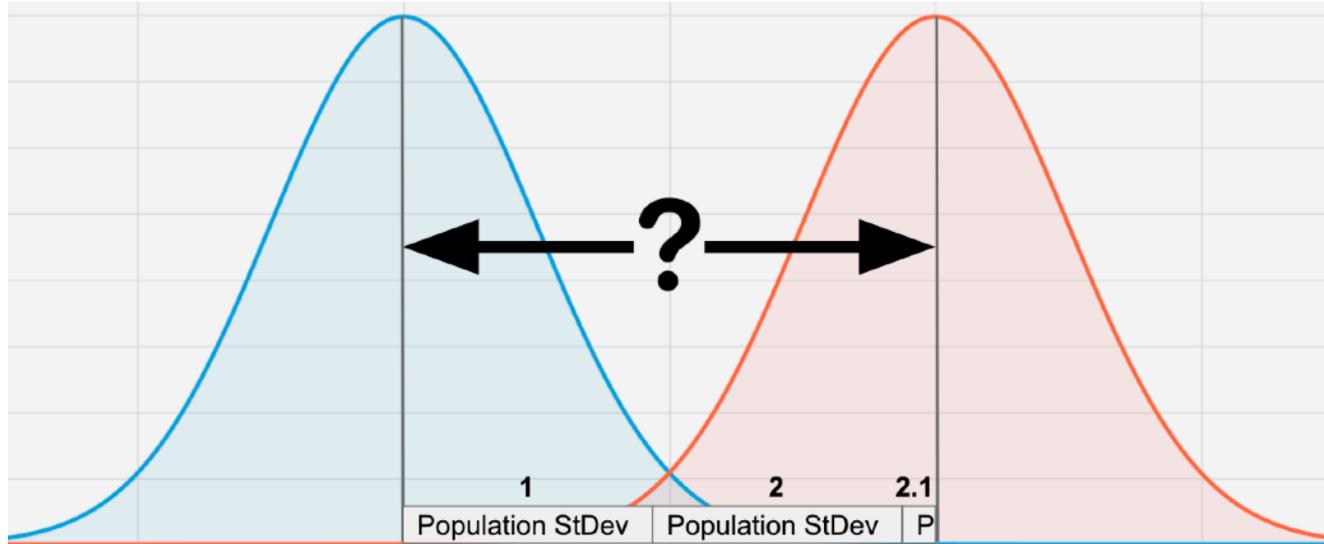
eine Stichprobe vs andere Stichprobe (2 independent samples)

mehrere Stichproben (n independent samples)

Stichprobe vs Stichprobe

zu anderem Zeitpunkt (paired samples / repeated measures)

Basics Statistik



z.B.: eine Stichprobe vs andere Stichprobe (2 independent samples):
signifikanter Unterschied zwischen den Mittelwerten \bar{x}_1 und \bar{x}_2 ?



Nullhypothese vs. Alternativhypothese

Nullhypothese: es **besteht kein** Unterschied
zwischen den verglichenen Gruppen
(die Verteilungen „überlappen“ sich weitgehend)

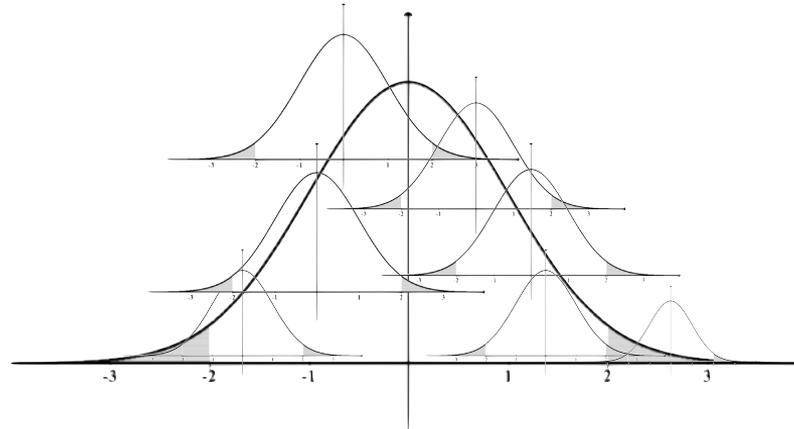
Alternativhypothese: es **besteht ein** Unterschied
zwischen den verglichenen Gruppen
(die Verteilungen „überlappen“ sich kaum oder gar nicht)



Zentraler Grenzwertsatz

in zufälligen Stichproben aus beliebigen Verteilungen sind die Mittelwerts-Differenzen (\bar{x}) (annähernd) normal verteilt

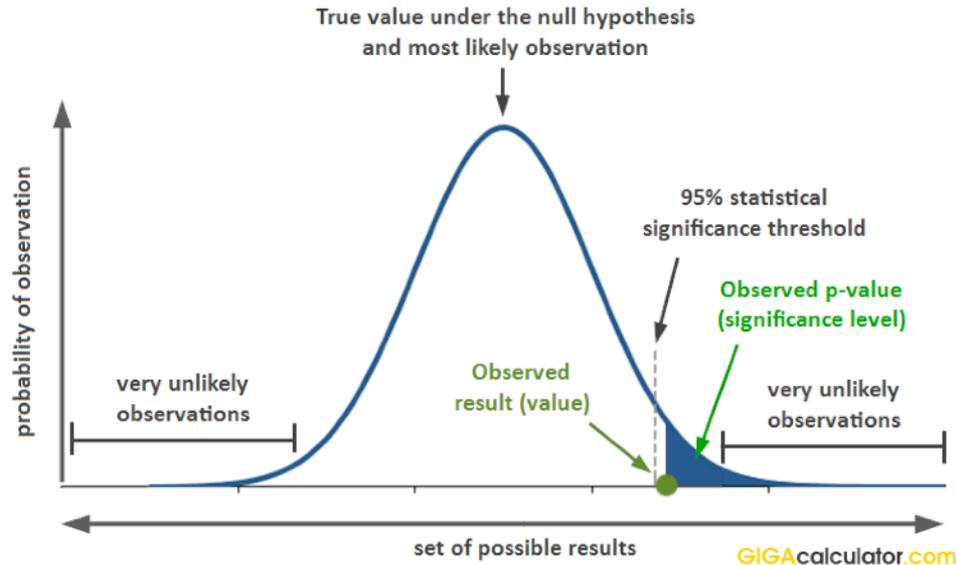
Mittelwert der Mittelwerts-Differenzen ist 0 ($x_1 = x_2$)



Basics Statistik



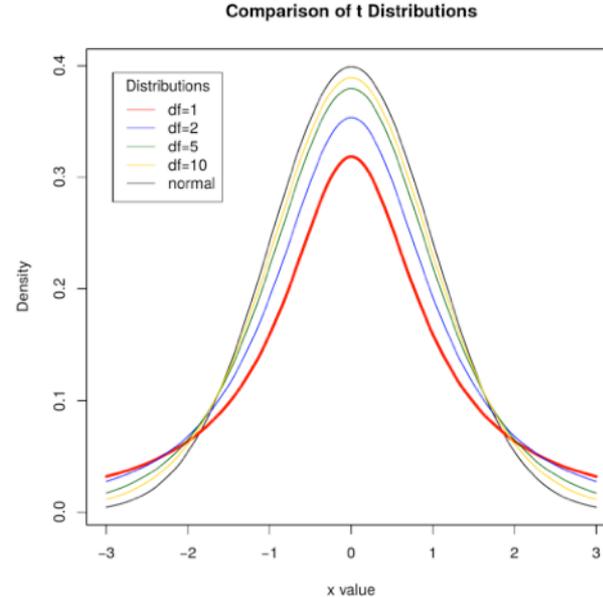
Mittelwertsdifferenz kann anhand einer Normkurve verglichen werden -
Wie weit ist \bar{x}_{diff} von 0 entfernt ~ Wahrscheinlichkeit, dass Unterschied signifikant ist.



$p < 0.05$
Nullhypothese
verwerfen.



Unterschiedliche Formen je nach Freiheitsgraden (Stichprobengröße)



Basics Statistik



Table 2. Fluid Therapy before and after Randomization.*

Variable	HES 130/0.42 (N = 398)			Ringer's Acetate (N = 400)			P Value [†]
	Patients	Volume Received [‡]		Patients	Volume Received [‡]		
		no./total no. [§]	median		interquartile range	no./total no. [§]	
		ml			ml		
Trial fluid							
Day 1 [¶]	374/397	1500	1000–1500	375/400	1500	1000–2000	0.09
Day 2	288/379	1500	1000–2000	307/380	1500	950–2000	0.50
Day 3	176/330	1000	500–1500	170/326	1000	500–1500	0.78
Open-label trial fluid							
Day 1 [¶]	157/397	1500	1000–2000	177/400	1500	800–2500	0.21
Day 2	114/379	1000	500–1500	133/380	1000	500–2000	0.13
Day 3	54/329	900	500–1000	57/326	1000	500–1250	0.69
Other fluids							
Day –1 ^{**}	356/366	3500	2000–4938	370/385	3000	2000–4868	0.08
Day 1 [¶]	389/394	2235	1325–3197	393/396	1976	1077–3046	0.12
Day 2	373/376	2980	2143–3960	369/371	2905	2094–3780	0.50
Day 3	313/316	3150	2365–3910	315/317	3035	2183–3924	0.33
Blood products^{††}							
Day –1 ^{**}	90/392	838	480–1435	88/399	600	490–1195	0.69
Day 1 [¶]	109/397	590	300–1100	89/400	600	490–980	0.13
Day 2	115/378	600	350–1100	78/379	526	300–1030	0.001
Day 3	81/327	500	300–980	68/326	598	300–750	0.28
Total ^{‡‡}	243/376	1340	566–2700	204/380	1055	600–2755	0.003

(Wilcoxon Signed Rank-Test)



Fehler

- Typ I-Fehler (alpha)
 - Nullhypothese verworfen, obwohl kein Unterschied zwischen Gruppen besteht
 - „Falsch positiv“
- Typ II-Fehler (beta)
 - Nullhypothese nicht verworfen, obwohl Gruppen unterschiedlich sind
 - „Falsch negativ“

Basics Statistik



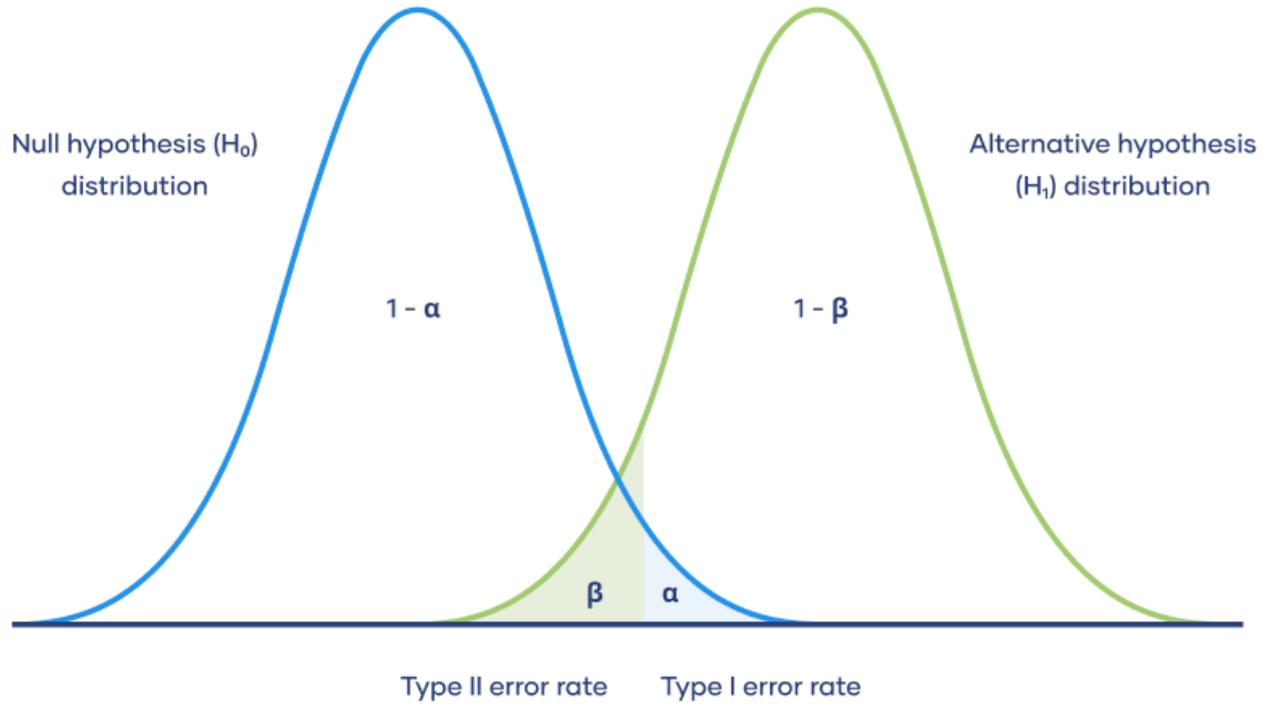
Type I Error



Type II Error



Basics Statistik

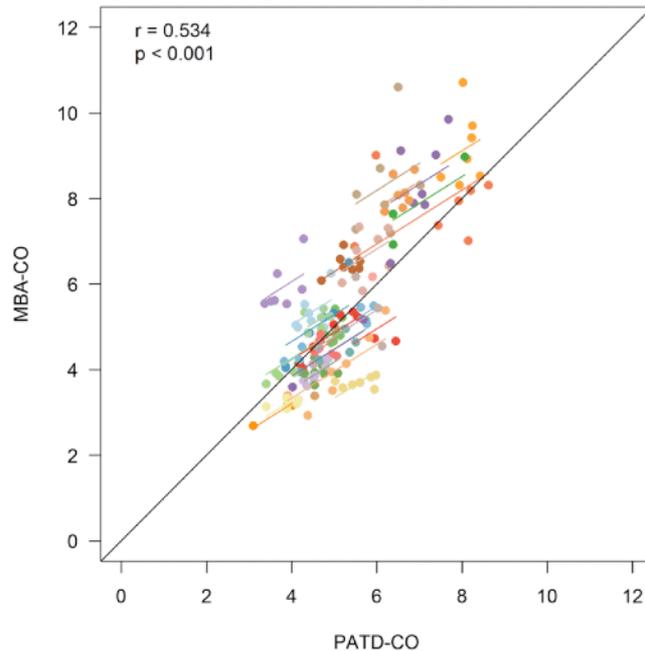






induktiv

Zusammenhänge testen:
Korrelation & Regression



Korrelation:

testet Stärke des Zusammenhangs zwischen zwei **numerischen** Variablen

- Pearson's r (parametrisch)
- Spearman's ρ (nicht-parametrisch)

Korrelationskoeffizient

- 1 -> perfekte „positive“ Korrelation
- 1 -> perfekte „negative“ Korrelation
- ± 0.5 -> moderate Korrelation
- ± 0.3 -> schwache Korrelation



„Simple“ Regression:

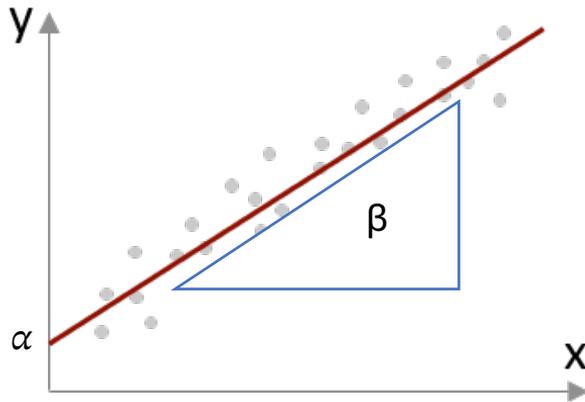
stellt Zusammenhang zwischen zwei Variablen grafisch und in einer Formel dar

ein numerisches Outcome (abhängige Variable)
ein Prädiktor (unabhängige Variable)

$$y = \alpha + \beta * x$$

β ... Coefficient

α ... Intercept



Koeffizient gibt an, um wie viel eine Einheit Δx zu Δy führt.



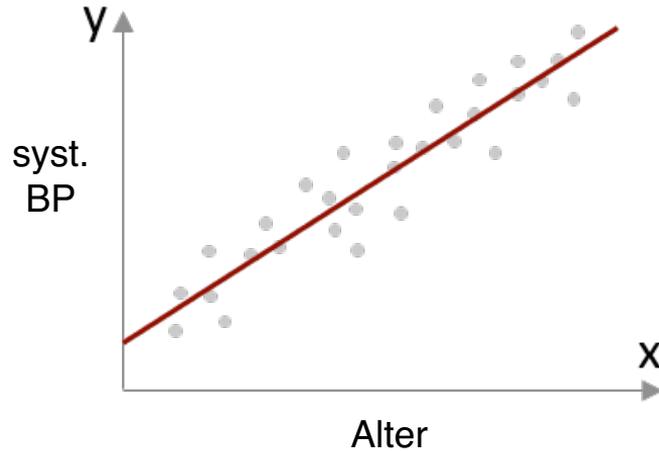
„Simple“ Regression:

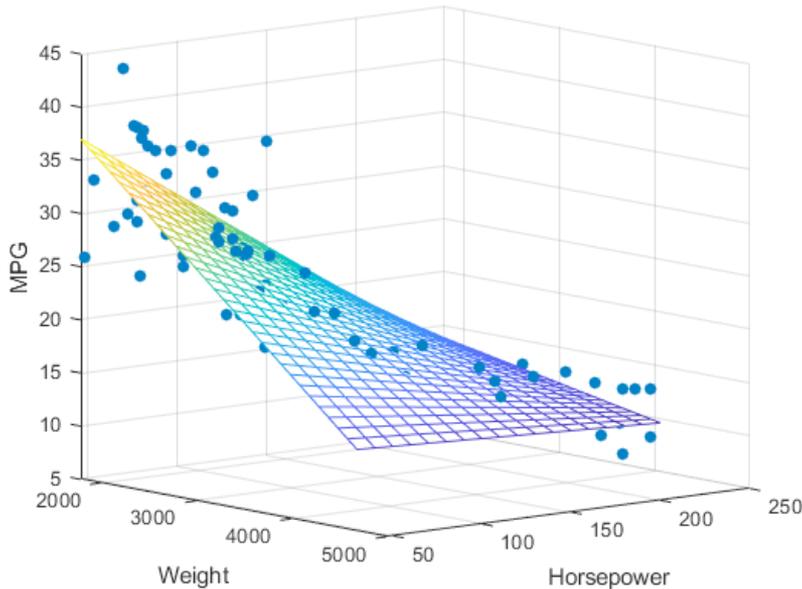
z.B.

$$y_{\text{Tod}} = \alpha + \beta * \text{Alter}$$

α ... syst BP bei Geburt (Alter = 0)

β ... jährlicher BP-Anstieg





Multiple Regression:

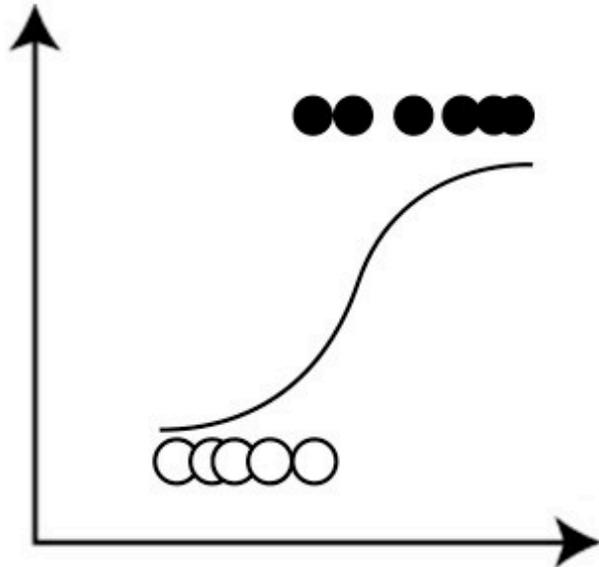
stellt Zusammenhang zwischen **mehren** Variablen dar

ein **numerisches** Outcome (abhängige Variable)
mehrere Prädiktoren (unabhängige Variablen)

$$y = \alpha + \beta_1 * x_1 + \beta_2 * x_2 + \dots$$

Koeffizient gibt an, um wie viel eine Einheit Δx zu Δy führt

wenn alle anderen Faktoren konstant bleiben (-> „kontrolliert“ für die anderen Variablen)



Logistische Regression:

stellt Zusammenhang zwischen zwei oder mehr Variablen grafisch und in einer Formel dar

- ein **kategorisches** Outcome
- ein oder mehrere **numerische** oder **kategorische** Prädiktoren

Ergebnis ist eine (logarithmisches) Chancenverhältnis

Prädiktor(en) ~ Outcome

->

(log) **Odds Ratio**

(-> „kontrolliert“ für die anderen Variablen)



Probability vs Odds

Probability
or risk = $\frac{p}{p+q}$ 

Odds = $p : q$ 



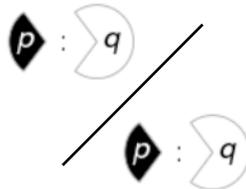
Probability vs Odds

Probability
or risk = $\frac{p}{p+q}$ 

Odds = $p : q$ 

Odds Ratio (Chancenverhältnis)

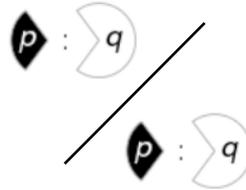
Wie stehen zwei Chancen zueinander?





Odds Ratio (Chancenverhältnis)

Wie stehen zwei Chancen zueinander?



oder anders gesagt:

um **wie viel größer/kleiner** ist die Chance, das Outcome x zu erleiden als in der Referenzgruppe?

OR = 1: selbe Chance

OR > 1: Nenner hat größere Chance

OR < 1: Zähler hat größere Chance

Δ entspricht dem %uellen Unterschied



Table 3. Results From Multilevel Multivariable

	[+OSA, +Ob]
Length of hospital stay	41.9% (34.7–49.6%), $P < .0001$
Cost of hospitalization	43.0% (39.6–46.5%), $P < .0001$
Respiratory complications	2.41 (2.28–2.56), $P < .0001$
Cardiac complications	1.57 (1.45–1.69), $P < .0001$
ICU utilization	1.90 (1.80–2.01), $P < .0001$
Mechanical ventilation utilization	1.46 (1.37–1.54), $P < .0001$
Mortality	1.21 (1.10–1.33), $P < .0001$

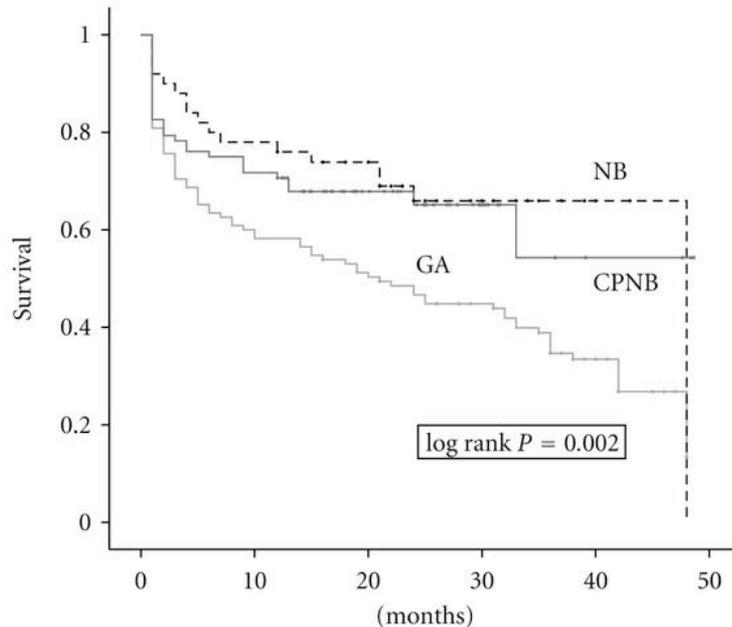
Odds Ratio (Chancenverhältnis)
um **wie viel größer** ist die Chance, das Outcome x zu erleiden als in der Referenzgruppe

OR = 1.21 (95% CI 1.10 - 1.33)

Odds sind
Gruppe [+OSA, +Ob] hat 21% höhere
Mortalitätschance

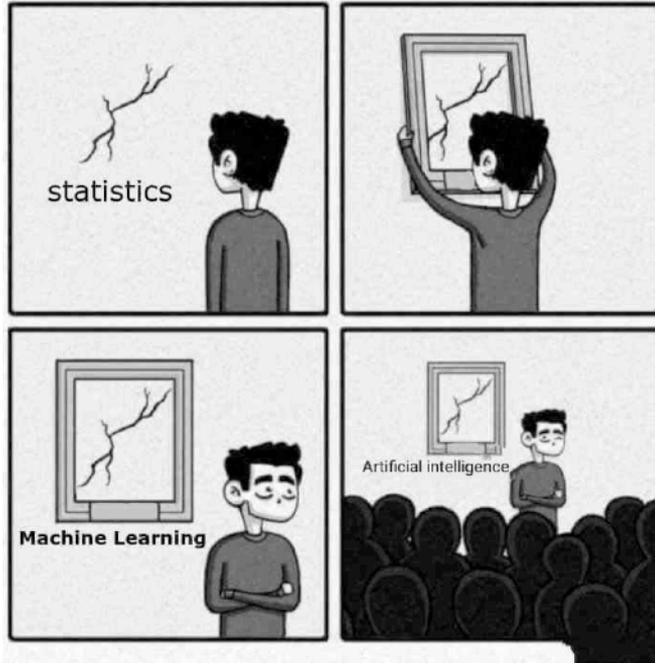


Survival Analysis

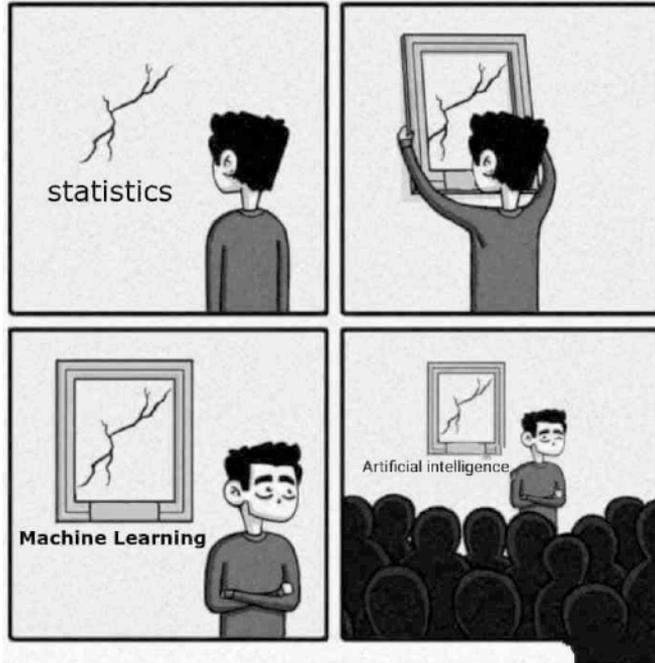


- vergleicht Gruppen hinsichtlich dem Eintritt eines „Events“ (z.B. Tod)
- stellt Eintrittsunterschiede grafisch dar (Kaplan-Meier chart)
- Unterschiede zwischen Gruppen können mit statistischen Tests überprüft werden, z.B. **Log-Rank test** oder **Cox Proportional Hazard-Regression**

Basics Statistik



Machine Learning

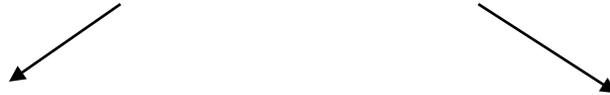


Machine Learning

- Predictive (Vorhersagen treffen)
- Probabilistic (Wahrscheinlichkeiten erkennen)
- Clustering (Gruppen erkennen)
- Dimensionality Reduction (Simplifizierung ohne Verlust von Informationen)
- Non-Linear (Log) Associations



Statistics vs. Machine Learning



(mostly) **strong assumptions** about the data

e.g. regression:

- response variable is **random draw** from normal distribution
- fixed variance and noise (homoscedasticity)
- mean equal to weighted average of predictors

proven properties are **only as good as the underlying assumptions**

fewer assumptions about the data generation process

- empirical association generation
- more difficult to explain and interpret (black box)
- more complex patterns / non-linear relationships
- more prone to **overfitting**

thank you.



ottokar.stundner@i-med.ac.at